

Автономное муниципальное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования «Самарская академия  
государственного и муниципального управления»

Кафедра Математических методов и информационных технологий

А.А. КОРОБЕЦКАЯ, В.К. СЕМЁНЫЧЕВ, Е.В. СЕМЁНЫЧЕВ

Моделирование и прогнозирование эволюционирующей  
экономической динамики

Методические указания к выполнению лабораторной работы  
для студентов специальности  
080800.62 «Прикладная информатика в менеджменте»

Самара  
2011

Коробецкая, А.А. Моделирование и прогнозирование эволюционирующей экономической динамики [Текст]: методические указания / А.А. Коробецкая, В.К. Семёнычев, Е.В. Семёнычев. – Самара: Изд-во «Самарская академия государственного и муниципального управления», 2011. – 24с.

Данная лабораторная работа посвящена моделированию эволюции, важнейшего аспекта реальной экономической динамики. В ходе работы необходимо выделить этапы эволюции в предложенном ряде динамики и выполнить моделирование каждого из них. Теоретическая часть содержит сведения о способах моделирования эволюционирующих рядов экономической динамики, включая эволюцию тренда и сезонных колебаний. Приводится пошаговый пример выполнения лабораторной работы.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения специальности «Прикладная информатика (в менеджменте)», изучающих курс «Эконометрика».

## Содержание

Цель работы.....	4
Теоретическая часть .....	4
1 Моделирование рядов динамики .....	4
2 Общее понятие эволюции в рядах экономической динамики.....	6
3 Моделирование динамики с эволюционирующим трендом .....	8
4 Моделирование эволюционирующих сезонных колебаний.....	10
Задание на лабораторную работу.....	14
Подготовка к выполнению работы.....	14
Порядок выполнения работы .....	14
Оформление отчета по лабораторной работе.....	21
Контрольные вопросы .....	21
Список литературы .....	22
Приложение .....	23

## Цель работы

Изучить понятие эволюции в рядах экономической динамики и освоить основные приемы ее моделирования.

## Теоретическая часть

### 1 Моделирование рядов динамики

Ряд динамики (временной ряд) представляет собой последовательность наблюдений какого-либо показателя  $Y_k, k = \overline{1, n}$ . Как правило, наблюдения производятся регулярно (ежемесячно, ежеквартально, ежегодно). Моделирование временных рядов выполняется как для анализа развития показателя в прошлом, так и для прогнозирования его будущего развития.

Ряды экономической динамики обладают определенной структурой. Принято выделять следующие компоненты ряда динамики [1-5]:

1. Тренд  $T_k$  – основная тенденция ряда динамики.
2. Циклическая компонента  $C_k$  содержит многолетние экономические колебания.
3. Сезонная компонента  $S_k$  описывает внутригодовые колебания, связанные с сезонными изменениями экономической активности.
4. Стохастическая (случайная, необъясненная) компонента  $\varepsilon_k$  включает случайные колебания, которые неизбежно возникают в реальности.

Первые три компоненты являются *детерминированными* (определенными) и включаются в модель. Стохастическая компонента представляет собой отклонение модели от реальности. Одна или несколько детерминированных компонент могут отсутствовать в структуре ряда, но стохастическая компонента всегда присутствует в реальных рядах динамики.

Между собой компоненты могут взаимодействовать по-разному, образуя различные типы структур ряда динамики:

– *аддитивная*

$$Y_k = T_k + C_k + S_k + \varepsilon_k;$$

– *мультипликативная* (частный, но широко распространенный вид – *мультипликативно пропорциональная*)

$$Y_k = T_k (1 + C_k)(1 + S_k)(1 + \varepsilon_k);$$

– *смешанные*, например,

$$Y_k = T_k (1 + C_k) + S_k + \varepsilon_k,$$

$$Y_k = (T_k + C_k)(1 + S_k) + \varepsilon_k,$$

$$Y_k = T_k (1 + \varepsilon_k) + C_k + S_k$$

и др.

При аддитивной структуре компоненты ряда являются независимыми, а при мультипликативной они взаимосвязаны [4]. В мультипликативном по структуре ряде циклические, сезонные колебания и стохастическая компонента представляют собой определенные доли тренда (рисунок 1).

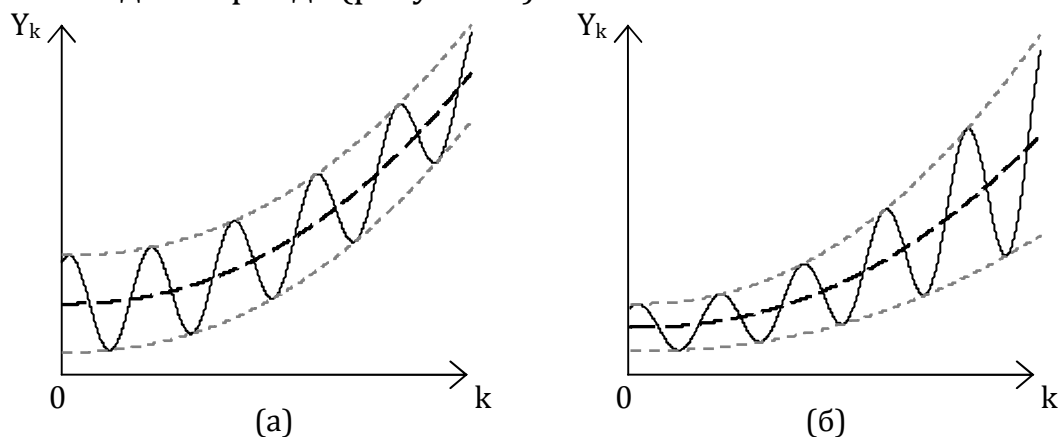


Рис. 1. Взаимодействие тренда и сезонной компоненты при аддитивной (а) и мультипликативной (б) структурах ряда

При математическом моделировании ряда динамики требуется подобрать такую функцию времени, которая бы наиболее точно описывала детерминированную часть ряда:

$$Y_k^0 = f(\theta, k\Delta),$$

где  $Y_k^0$  – модельные значения ряда,  $\theta$  – обобщенное обозначение вектора всех параметров,  $\Delta$  – период дискретизации, через который проводятся наблюдения (например, месяц, квартал, год и др.).

При моделировании необходимо, во-первых, задать общий вид функции, а, во-вторых, определить значения входящих в нее параметров  $\theta$ .

Например, для линейной функции

$$Y_k^0 = C_0 + C_1 k\Delta$$

необходимо найти значения параметров  $C_0$  и  $C_1$  так, чтобы модель соответствовала исходному ряду, например, по критерию минимума среднеквадратических отклонений модельных от реальных значений.

Важнейшей характеристикой построенной модели является ее точность, т.е. количественный показатель того, насколько она близка к исходным данным.

Для оценки точности модели наиболее часто используют коэффициент детерминации  $R^2$ :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N (Y_k - Y_k^*)^2}{\sum_{k=1}^N (Y_k - M[Y_k])^2}.$$

Коэффициент детерминации изменяется в пределах от 0 до 1. Чем больше  $R^2$ , тем точнее модель. Возможно следующее толкование коэффициента детерминации:  $R^2$  показывает долю исходных данных, которые описываются моделью, т.е. если  $R^2 = 0,95$ , то модель описывает 95% данных.

Если  $R^2 = 1$ , то модель проходит точно через значения ряда динамики, а стохастическая компонента отсутствует. Однако на практике всегда существуют некоторые случайные колебания, поэтому коэффициент детерминации может быть лишь близок к единице, но не равен ей.

Считается, что модель обладает достаточной точностью, если  $R^2 > 0,7$ . Если  $R^2 < 0,5$ , то модель считается неудовлетворительной. Значение  $R^2$  может оказаться и отрицательным, если модель совершенно не соответствует исходным данным.

Для оценки точности прогноза используется *МАРЕ-оценка* (Mean Absolute Percentage Error) – средняя относительная ошибка, выраженная в процентах. При этом выборка данных разбивается на рабочую часть объемом  $n$  наблюдений и контрольную часть (горизонт прогноза) объемом  $l$  наблюдений. МАРЕ-оценка рассчитывается по формуле:

$$MAPE = \sum_{k=n+1}^{n+l} \left| \frac{Y_k - Y_k^*}{Y_k} \right|.$$

Чем меньше МАРЕ-оценка, тем точнее прогноз. Удовлетворительной считается ошибка прогноза в пределах 20%.

Какая из характеристик важнее ( $R^2$  или МАРЕ-оценка) зависит от целей моделирования. Если требуется проанализировать существовавшую ранее динамику, то большее внимание следует уделять коэффициенту детерминации, а если главное – построить прогноз, то приоритетной для принятия решения о качестве (адекватности) рассматриваемой модели является МАРЕ-оценка.

Необходимо отметить, что существуют и другие, менее распространенные показатели точности модели и прогноза.

## **2 Общее понятие эволюции в рядах экономической динамики**

В экономике термин «эволюция» имеет несколько значений, в зависимости от области его использования. Применительно к рядам динамики эволюция может быть определена следующим образом:

*Эволюция экономической динамики* – это любые изменения характера этой динамики.

Это достаточно общее определение, поэтому рассмотрим проявление эволюции в рядах экономической динамики на примерах.

Наиболее очевидным проявлением эволюции является резкое изменение направления и/или скорости изменения показателя. На рисунке 2 показан пример такого перелома динамики: в январе 2006г. в

РФ была введена новая система тарификации телефонных звонков, благодаря чему стоимость акций ОАО «Ростелеком» резко пошла вверх.

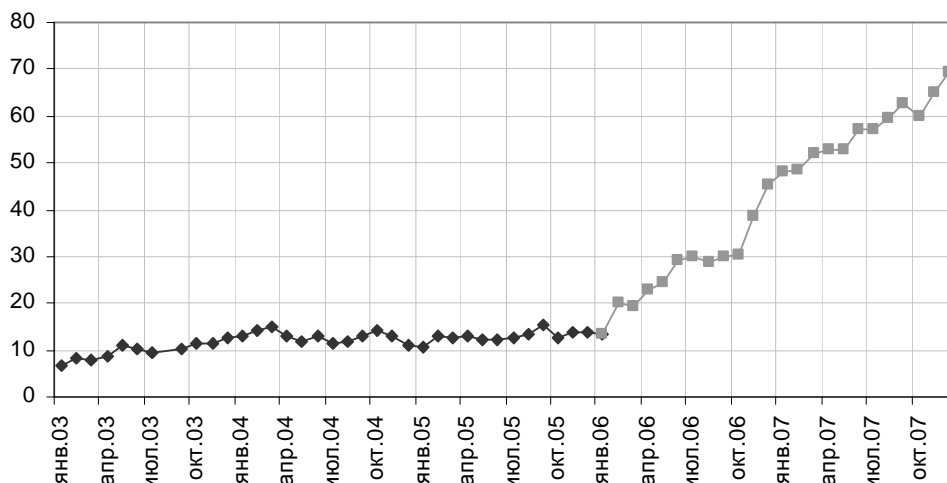


Рис. 2. Стоимость акций ОАО «Ростелеком»

Эволюцию такого типа, с резкими, скачкообразными изменениями будем называть *быстрой*. Причинами такой эволюции могут служить изменения в законодательстве, реформирование, экономические кризисы, обвал рынка, природные катастрофы и т.п. В этом случае образуются *этапы* эволюции – периоды от одного перелома до другого, внутри которых динамика показателя остается стабильной. Иногда между этапами эволюции образуется небольшой «зазор», когда старая тенденция уже перестала действовать, а новая еще не сформировалась.

При моделировании быстрая эволюция выражается в том, что одна модель меняется на другую, т.е. нельзя описать ряд динамики до перелома и после с помощью одной и той же функции. Необходимо, во-первых, найти границы этапов эволюции, и, во-вторых, подобрать модель для каждого этапа.

Однако возможен и другой случай, когда изменения происходят плавно, постепенно. Пример такой динамики показан на рисунке 3 – сезонные колебания оборота розничной торговли Самарской области постепенно увеличиваются с каждым годом.

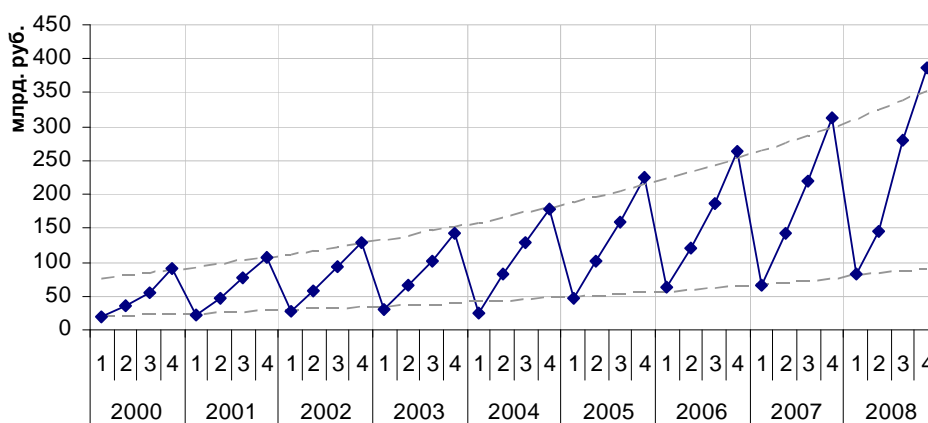


Рис. 3. Динамика оборота розничной торговли Самарской области

Такую эволюцию будем называть *медленной*. Чаще всего она может быть описана одной моделью особого вида, учитывающей происходящие изменения. Примеры таких моделей будут рассмотрены ниже.

Эволюционировать может как вся модель целиком, так и только ее части, когда:

- вид функции остается прежним, но изменяются значения ее параметров;
- изменяется только отдельная компонента ряда, например, тренд ряда изменяется, а сезонные колебания остаются прежними;
- изменяется структура ряда (например, аддитивная структура взаимодействия компонент ряда трансформируется на мультипликативную).

Пример, показанный на рисунке 4, демонстрирует эволюцию тренда. Модель тренда осталась линейной, но после падения в начале 2002г. рост стал более быстрым из более низкой точки, т.е. изменились параметры модели тренда. В то же время, форма сезонных колебаний (и, следовательно, их модель) практически не изменилась.

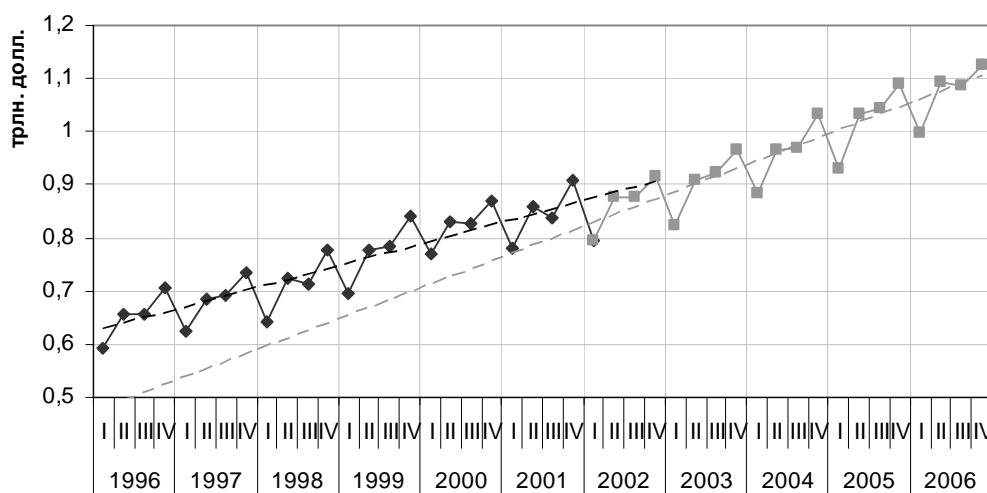


Рис. 4. Объем оборота розничной торговли США

### 3 Моделирование динамики с эволюционирующим трендом

Тренд описывает основную, долгосрочную динамику временного ряда, связанную, например, с такими факторами как увеличение населения, общее экономическое развитие на макроуровне или рост фирмы на микроуровне.

Разделение моделей тренда на эволюционирующие и неэволюционирующие достаточно условно, но можно сказать, что эволюционирующие тренды более сложные, они включают несколько этапов, имеют минимумы или максимумы, точки перегиба.

К неэволюционирующим трендам можно отнести линейный, параболический, полиномиальные, степенные, экспоненциальные тренды. Такие тренды могут использоваться для описания отдельных этапов при быстрой эволюции.



В данной лабораторной работе будут рассмотрены тренды, представленные в таблице 1.

**Таблица 1. Типы трендов, используемых в лабораторной работе**

Название	Формула	Графики
Линейный	$T_k = C_0 + C_1 k \Delta$	
Параболический	$T_k = C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2$	
Обобщенный экспоненциальный	$T_k = C + A_0 e^{-\alpha_0 k \Delta}$	

Эволюционирующие тренды включают несколько этапов с плавными переходами от одного этапа к другому и, поэтому, могут использоваться для моделирования медленной эволюции.

Такие тренды описывают наиболее распространенные, типовые случаи эволюционного развития.

Примерами эволюционирующих трендов могут служить:

– логистические кривые, проходящие три стадии развития (рисунок 5);

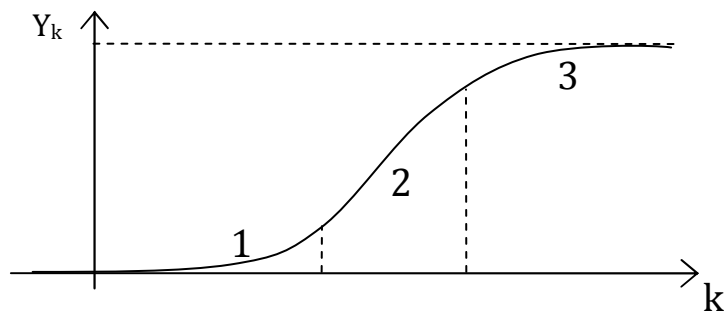


Рис. 5. Тренд в виде логистической кривой

– модели жизненного цикла (товара, фирмы), включающие стадии внедрения, роста, зрелости, насыщения и спада (рисунок 6);

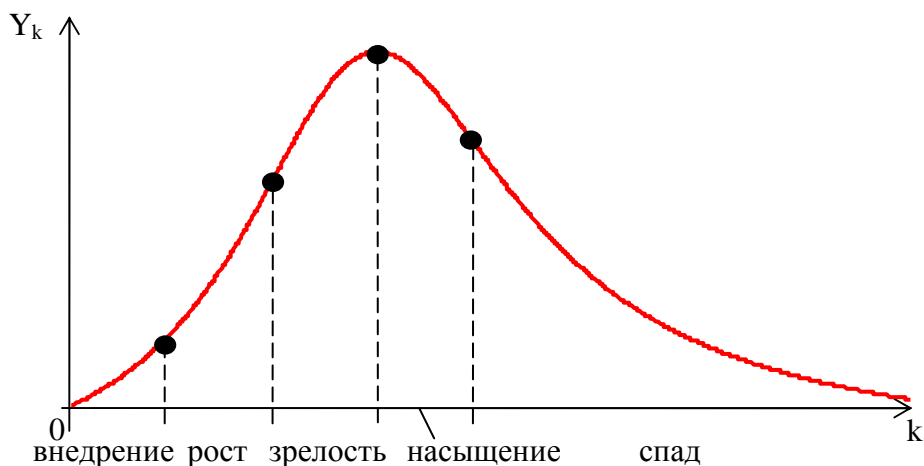


Рис. 6. Модель жизненного цикла

– гиперболические функции, представляющие собой полусумму и полуразность двух экспонент (рисунок 7):

$$\operatorname{sh} \alpha x = \frac{e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}}{2}, \quad \operatorname{ch} \alpha x = \frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2}.$$

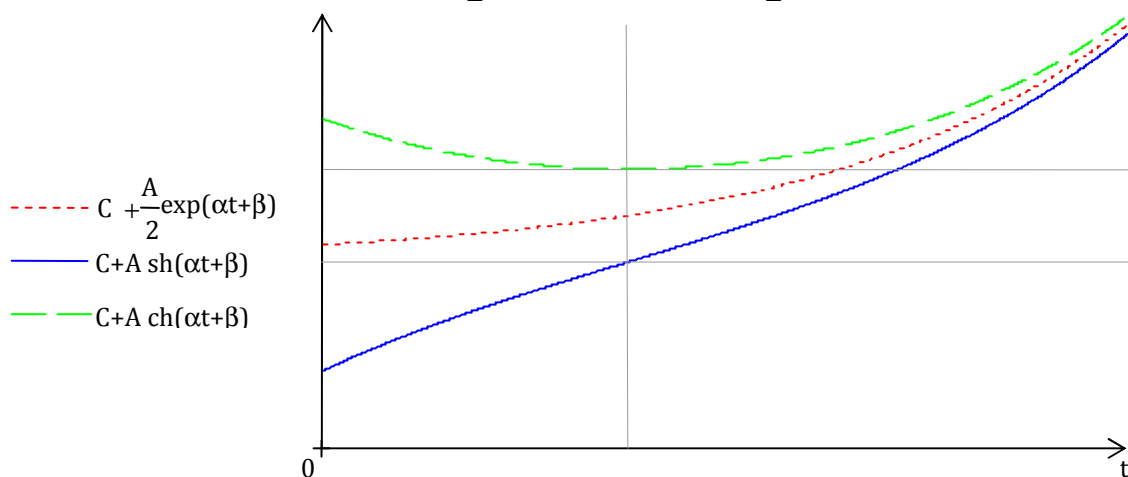


Рис. 7. Графики гиперболических синуса и косинуса

Зачастую эволюционирующий тренд можно представить в виде последовательности неэволюционирующих трендов в соответствии с этапами его эволюции (изменения). Выбор того или иного представления зависит от особенностей исходных данных, конкретных задач моделирования и возможностей исследователя.

#### 4 Моделирование эволюционирующих сезонных колебаний

Сезонные колебания повторяются регулярно из года в год. Они могут быть связаны с изменением погодных условий в течение года, распределением праздничных дней, отпусков и каникул, периодичностью сдачи отчетности и т.п.

У различных экономических показателей сезонность выражена в разной степени, а в некоторых рядах полностью отсутствует. Очевидно,

что для обнаружения сезонности наблюдения необходимо проводить чаще, чем раз в год.

Периодические колебания моделируются с помощью гармонических функций синуса или косинуса:

$$S_k = A \sin(\omega k \Delta + \psi).$$

Гармонические колебания характеризуются амплитудой  $A$ , фазой  $\psi$  и частотой  $\omega$  (рисунок 8).

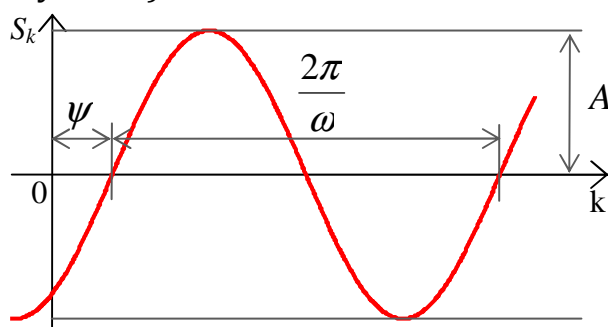


Рис. 8. Гармонические колебания

Однако на практике сезонные колебания зачастую имеют более сложную, чем гармоническая, форму. В этом случае можно использовать сумму нескольких гармоник с кратными частотами (первые члены ряда Фурье) и определенным законом формирования амплитуд гармоник [4,5].

В большинстве случаев достаточно суммы трех гармоник, чтобы описать колебания достаточно сложной и разнообразной формы. Примеры моделирования колебаний с помощью суммы трех гармоник с пропорциональными частотами показаны на рисунках 9, 10, 11.

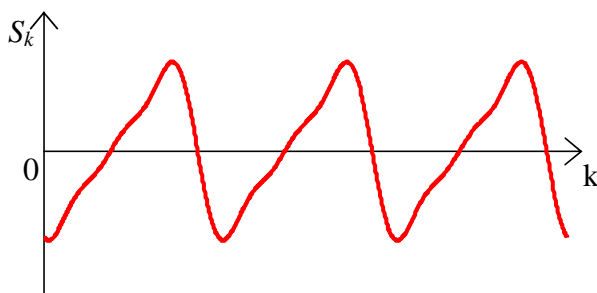


Рис. 9. Моделирование пилообразных колебаний в виде суммы трех гармоник  $S_k = A \sin(\omega k \Delta + \psi) - 0,4A \sin(2(\omega k \Delta + \psi)) + 0,15A \sin(3(\omega k \Delta + \psi))$

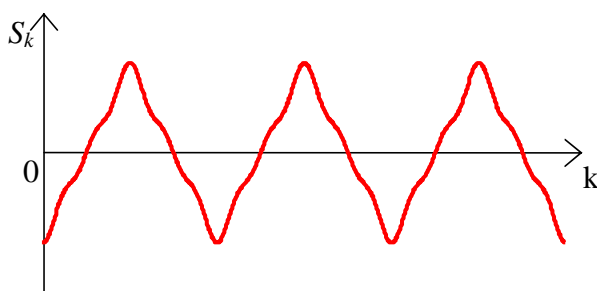


Рис. 10. Моделирование треугольных колебаний в виде  $S_k = A \sin(\omega k \Delta + \psi) - 0,15A \sin(3(\omega k \Delta + \psi)) + 0,1A \sin(5(\omega k \Delta + \psi))$

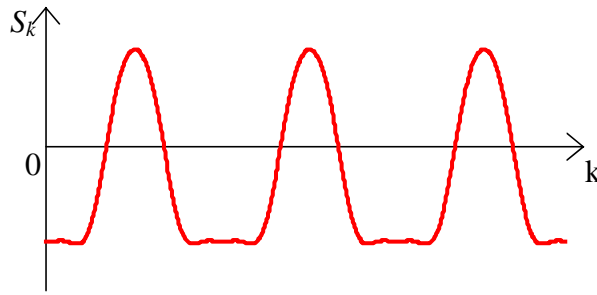


Рис. 11. Моделирование куполообразных колебаний в виде  $S_k = A \cos(\omega k \Delta + \psi) + 0,4A \cos(2(\omega k \Delta + \psi)) - 0,05A \cos(4(\omega k \Delta + \psi))$

На практике бывает трудно правильно заранее выбрать соотношение амплитуд, частот и фаз гармоник, поэтому удобнее использовать сумму нескольких гармоник в общем виде:

$$S_k = A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \psi_3).$$

Медленная эволюция сезонных колебаний чаще всего затрагивает их амплитуду. Под воздействием различных факторов амплитуда может плавно нарастать или уменьшаться от года к году. В этом случае можно подобрать закон, описывающий динамику амплитуды, например:

- линейный (рисунок 12)

$$S_k = (A_0 + A_1 k \Delta) \sin(\omega k \Delta + \psi);$$

- экспоненциальный (рисунок 13)

$$S_k = A e^{-\alpha k \Delta} \sin(\omega k \Delta + \psi);$$

- обобщенный экспоненциальный (рисунок 14)

$$S_k = (A_0 + A_1 e^{-\alpha k \Delta}) \sin(\omega k \Delta + \psi).$$

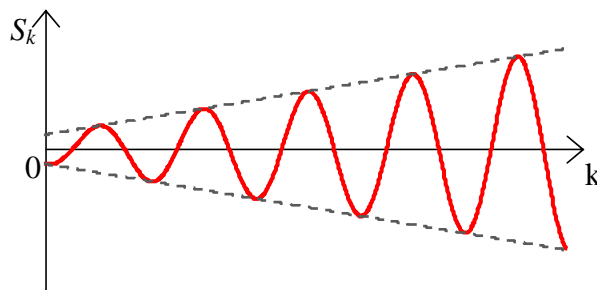


Рис. 12. Изменение амплитуды гармоники по линейному закону

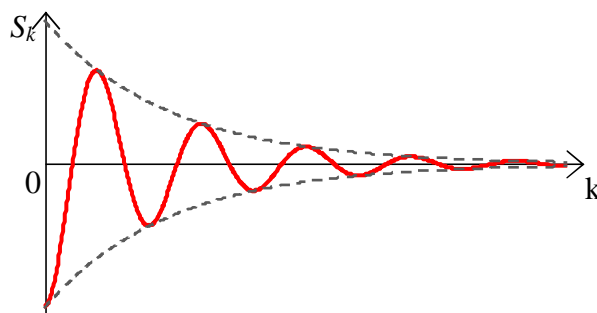


Рис. 13. Изменение амплитуды по экспоненциальному закону

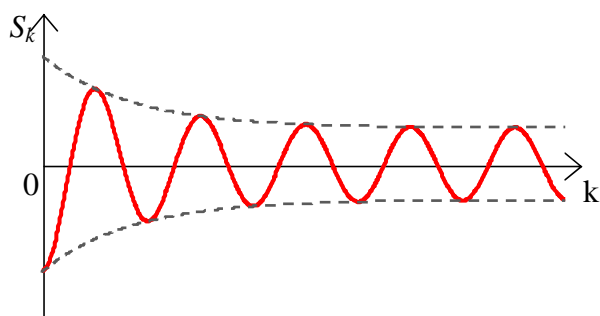


Рис. 14. Изменение амплитуды по обобщенному экспоненциальному закону

Рассмотренные законы эволюции амплитуды принципиально отличаются друг от друга. В случае линейного закона амплитуда нарастает равномерно и неограниченно, в случае экспоненциального – убывает до нуля (сезонные колебания полностью исчезают), а при обобщенном экспоненциальном законе убывает до некоторого фиксированного уровня и становится постоянной. В общем случае могут возникать и другие законы изменения амплитуды.

Использование некротных частот гармоник приводит к постепенному изменению формы колебаний, как, например, показано на рисунке 15. Это также проявление медленной эволюции.

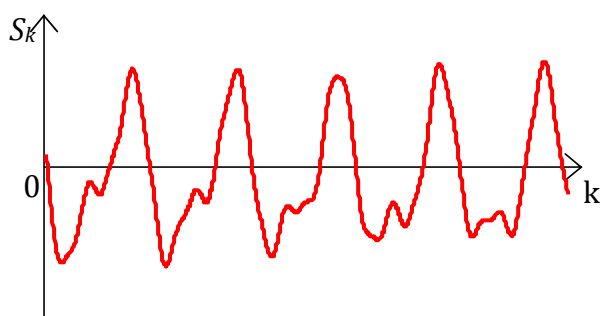


Рис. 15. Эволюция формы сезонных колебаний

В случае быстрой эволюции изменяться могут любые параметры сезонных колебаний или их форма в целом (например, пилообразные колебания трансформируются в треугольные).

Циклические колебания, хоть и являются более сложными по своему виду и отличаются по своей природе от сезонных, зачастую могут быть смоделированы с помощью тех же методов.

Приведенные примеры эволюции не охватывают всего ее разнообразия, но являются весьма распространенными и позволяют охарактеризовать общий подход к ее моделированию.

## Задание на лабораторную работу

В ходе лабораторной работы необходимо для заданного ряда экономической динамики:

1. Определить границы этапов эволюции.
2. Подобрать модели для каждого из этапов эволюции.
3. Оценить точность модели и выбрать наилучшую модель для каждого этапа эволюции.

## Подготовка к выполнению работы

Для выполнения лабораторной работы потребуются:

- персональный компьютер с установленным пакетом офисных программ (включая MS Word и Excel или аналогичные);
- программа EconoModel для моделирования временных рядов;
- файл с индивидуальным заданием в формате xls.

Необходимы базовые навыки работы с электронными таблицами (открытие файла, ввод, копирование и вставка данных, построение графиков).

## Порядок выполнения работы

Откройте файл с вашим индивидуальным заданием. Файл содержит основные сведения о моделируемом показателе: наименование, частота опроса (дискретизации), единица измерения и сам ряд динамики.

Рассмотрим выполнение лабораторной работы на примере объема сданных работ в категории «Строительство», Австралия (рисунок 16).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Показатель:	Строительство, объем сданных работ, Австралия					
2	Периодичность:	год					
3	Ед. измерения:	млн. \$					
4							
5	Период	Исходный ряд					
6	1978–79	32 023,3					
7	1979–80	34 142,7					
8	1980–81	40 372,0					
9	1981–82	42 156,5					
10	1982–83	34 287,9					
11	1983–84	33 917,6					
12	1984–85	38 632,5					
13	1985–86	41 927,0					
14	1986–87	40 609,0					
15	1987–88	47 141,6					
16	1988–89	55 972,5					

Рис. 16. Содержимое файла с индивидуальным заданием

Границы этапов эволюции выделим с помощью визуального анализа. Для этого необходимо построить график исходного ряда.

График ряда рассматриваемого примера показан на рисунке 17.

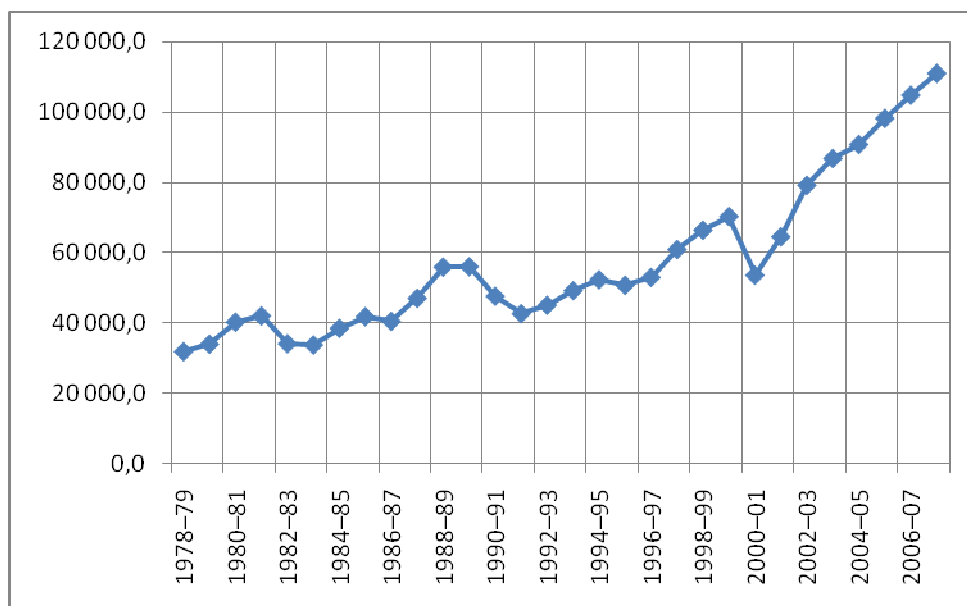


Рис. 17. График исходного ряда

В данном случае наблюдения производятся ежегодно, поэтому сезонные колебания отсутствуют. Однако в начале ряда хорошо заметны многолетние циклические колебания. В 2000-2001 году произошел некоторый спад, за которым последовал строительный бум, плавно замедлявшийся в последующие годы. Таким образом, границу этапов эволюции для данного ряда следует установить в 2000г.

Обратите внимание, что в некоторых рядах динамики граница этапов занимает не одно, а несколько наблюдений. Такие «граничные» наблюдения нельзя включить ни в один из этапов, их следует просто исключить из модели.

Выделив визуально этапы эволюции, мы, фактически, разбили исходный временной ряд на два. Для каждого из них необходимо построить свою модель.

Выполним моделирование первого этапа эволюции (1978-2000гг.). Для построения моделей будем использовать программу EconoModel.

Запустите EconoModel. Установите длину исходного ряда, соответствующую вашим данным. В рассматриваемом примере первый этап эволюции включает 22 наблюдения. Прогнозирование в данном случае не осуществляется, поэтому глубину прогноза можно задать равной 0.

Скопируйте данные, соответствующие первому этапу, в буфер обмена и вставьте их в EconoModel (выделите первую ячейку в таблице данных, нажмите комбинацию клавиш Ctrl+V либо пункт меню «Правка»→«Вставить»). Добавленные значения должны отобразиться в таблице и на графике (рисунок 18).

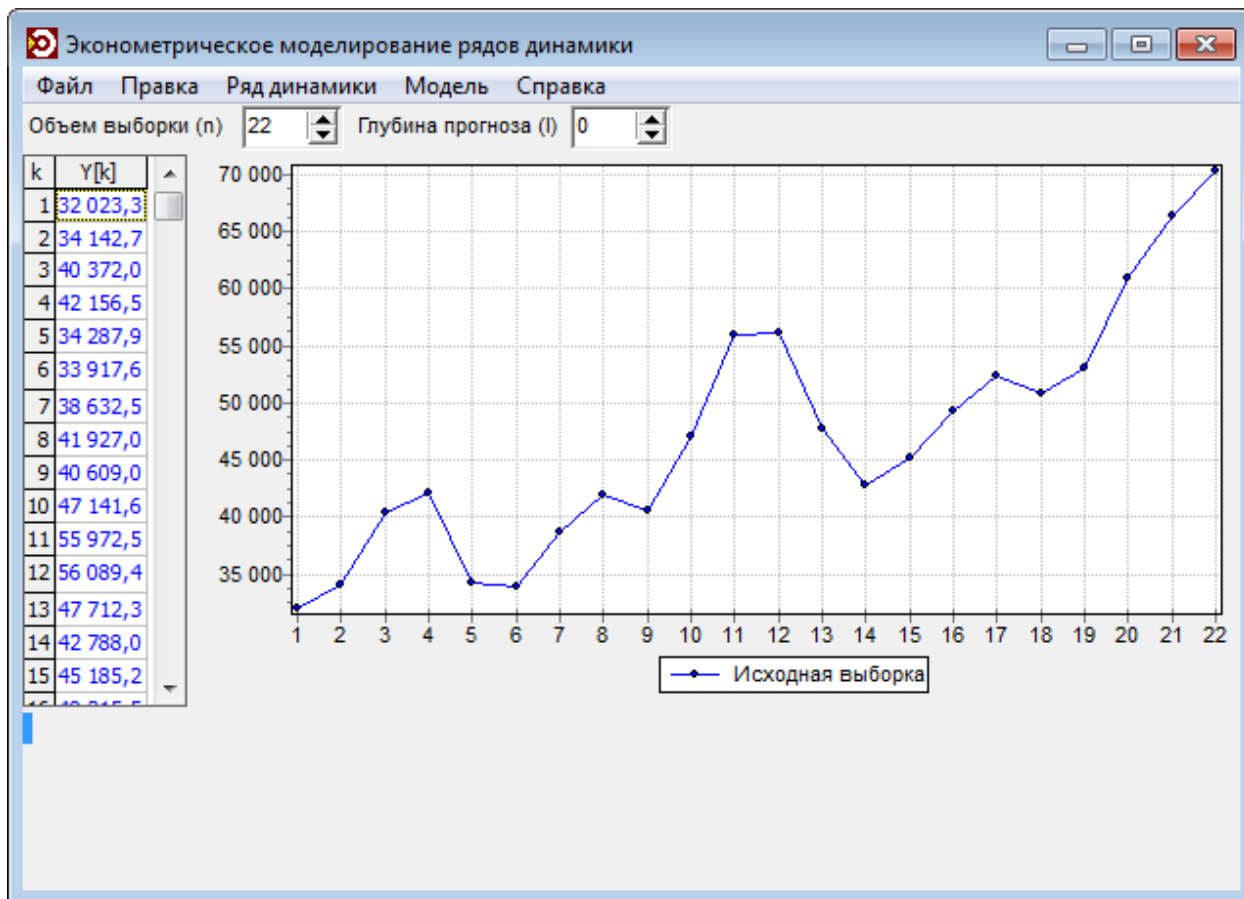


Рис. 18. Главное окно EconoModel после добавления ряда динамики

Далее необходимо выбрать модели, соответствующие данному ряду.

В рассматриваемом примере затруднительно определить тип тренда по графику, однако очевидно, что ряд содержит колебания сложной формы (с малой и большой волной), поэтому потребуются модель как минимум с двумя гармониками. Однозначно выбрать структуру модели (аддитивная или мультипликативная) также нельзя, поэтому потребуются сравнить большое количество моделей: программа EconoModel содержит 10 моделей, соответствующих данным условиям.

Добавим на форму подходящие модели (рисунок 19). Для этого необходимо выбрать в меню пункт «Модель»→«Добавить...». В открывшемся окне выберите из списка нужную модель и нажмите кнопку «ОК». Добавленная модель отобразится в списке в нижней части главного окна. В приложении приведен полный список моделей, имеющихся в программе.

В данном случае все модели показывают высокую точность ( $R^2 > 0,9$ ), и сравнить их достаточно трудно. Сначала отберем модели с  $R^2 > 0,95$ . Для этого удалим «лишние» модели с помощью комбинации клавиш Ctrl+D или через меню «Модель»→«Удалить».



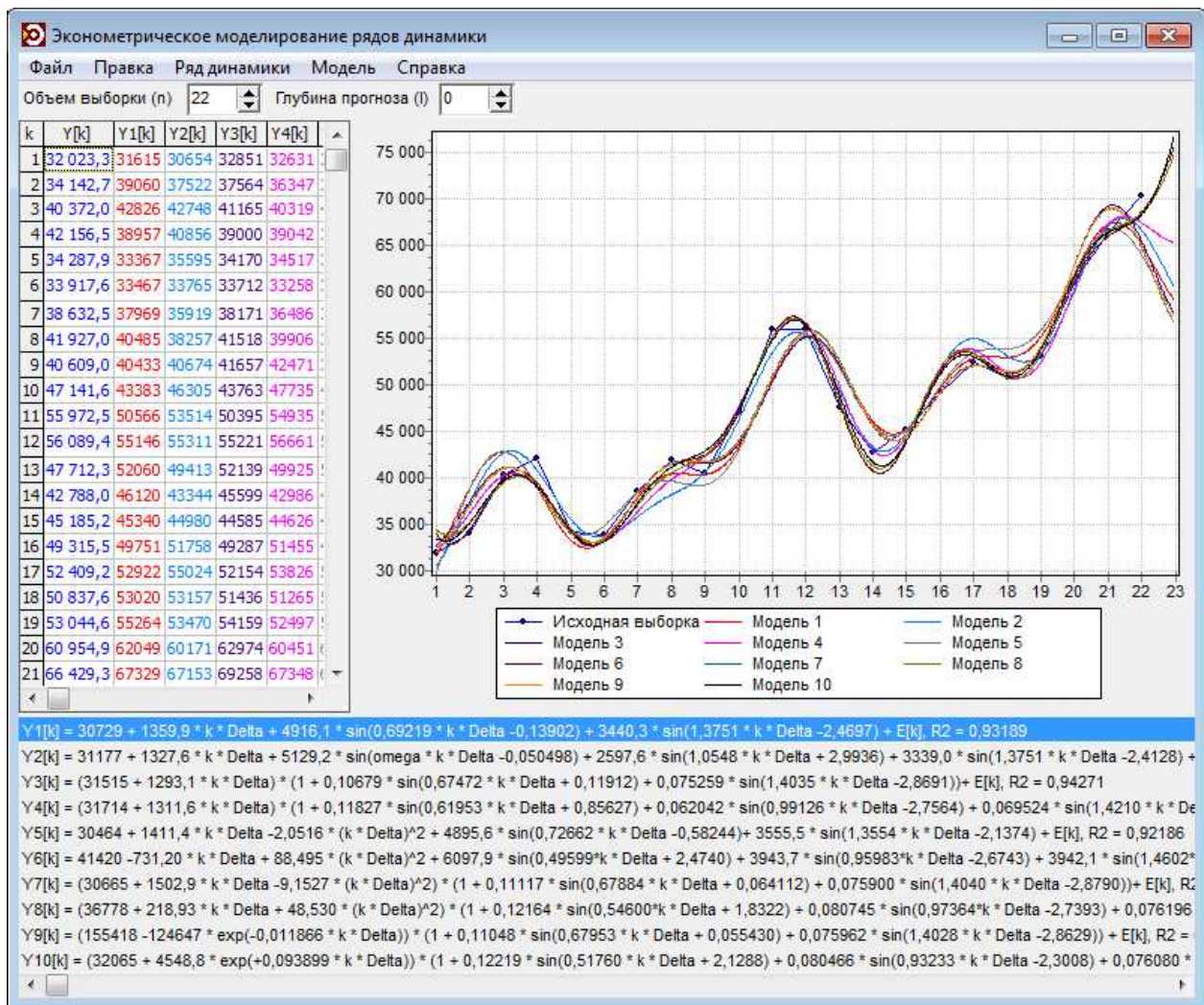


Рис. 19. Окно EconoModel после добавления моделей

Список оставшихся моделей показан в таблице 2. Из них выберем наиболее точную модель (с наибольшим  $R^2$ ).

Таблица 2. Список моделей 1 этапа эволюции с  $R^2 > 0,95$

Тренд	Структура	Число гармоник	$R^2$
Линейный	Аддитивная	3	0,96256
Линейный	Смешанная	3	0,97805
Параболический	Аддитивная	3	<b>0,98607</b>
Параболический	Смешанная	3	0,98247
Обобщенный экспоненциальный	Смешанная	3	0,98464

Таким образом, наилучшей является модель с аддитивной структурой, параболическим трендом и тремя гармониками.

Скопируйте полученный модельный ряд и описание модели в Excel, как это показано на рисунке 20. Чтобы получить подробные сведения о модели (значения параметров, коэффициента детерминации и MARE-оценки), дважды щелкните на ней левой кнопкой мыши. В открывшемся окне выделите нужные данные и нажмите Ctrl+C.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Показатель:		Строительство, объем сданных работ, Австралия								
2	Периодичность:		год								
3	Ед. измерения:		млн. \$								
4											
5	Период	Исходный ряд	k	Модель 1							
6	1978-79	32 023,3	1	34029	$Y_6[k] = 41420 - 731,20 * k * \Delta + 88,495 * (k * \Delta)^2$						
7	1979-80	34 142,7	2	34585							
8	1980-81	40 372,0	3	40015	C0 = 41420,34						
9	1981-82	42 156,5	4	39521	C1 = -731,203						
10	1982-83	34 287,9	5	34178	C2 = 88,49521						
11	1983-84	33 917,6	6	33329	A1 = 6097,898						
12	1984-85	38 632,5	7	38181	omega1 = 0,49599						
13	1985-86	41 927,0	8	41608	psi1 = 2,47395						
14	1986-87	40 609,0	9	42530	A2 = 3943,728						
15	1987-88	47 141,6	10	47265	omega2 = 0,95983						
16	1988-89	55 972,5	11	55263	psi2 = -2,67427						
17	1989-90	56 089,4	12	56555	A3 = 3942,124						
18	1990-91	47 712,3	13	48051	omega3 = 1,46021						
19	1991-92	42 788,0	14	40794	psi3 = 3,08464						
20	1992-93	45 185,2	15	43985							
21	1993-94	49 315,5	16	51568	R2 = 0,98607						
22	1994-95	52 409,2	17	53374	MAPE = 0						
23	1995-96	50 837,6	18	51351							

Рис. 20. Результат моделирования первого этапа эволюции

Аналогичным образом постройте модель второго этапа эволюции.

В рассматриваемом примере второй этап значительно короче первого (8 значений) и не содержит заметных циклических колебаний, поэтому достаточно рассмотреть модели, включающие только тренд (рисунок 21).

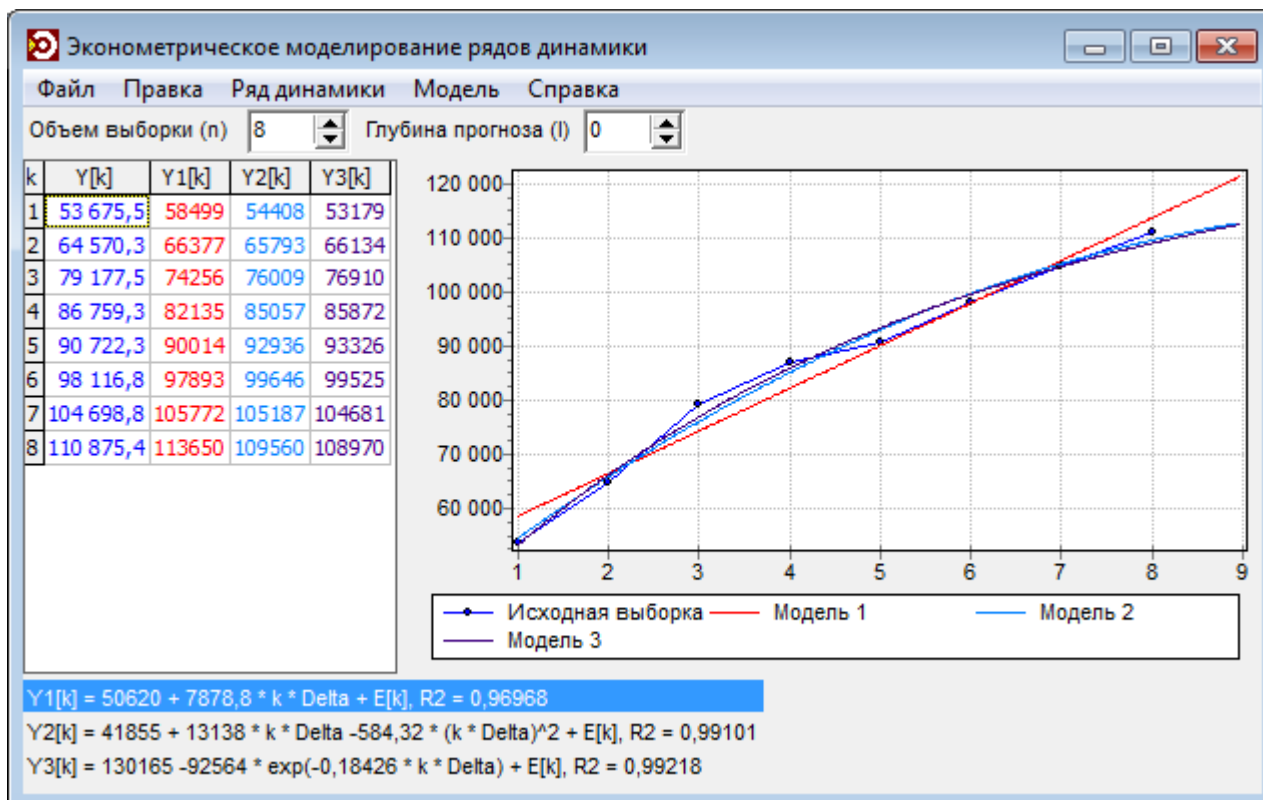


Рис. 21. Окно EconoModel с моделями второго этапа

Из рисунка видно, что наибольшую точностью имеет модель с экспоненциальным трендом ( $R^2 = 0,992$ ), но значение коэффициента детерминации почти не отличается от параболы ( $R^2 = 0,991$ ).

Дополнительным критерием при выборе модели может служить МАРЕ-оценка, но для ее расчета нужно сформировать прогноз. Установите глубину прогноза равной 1, и уменьшите на 1 длину исходного ряда (рисунок 22). В результате последнее наблюдение переместится в прогнозную часть, и программа сможет рассчитать МАРЕ-оценку.

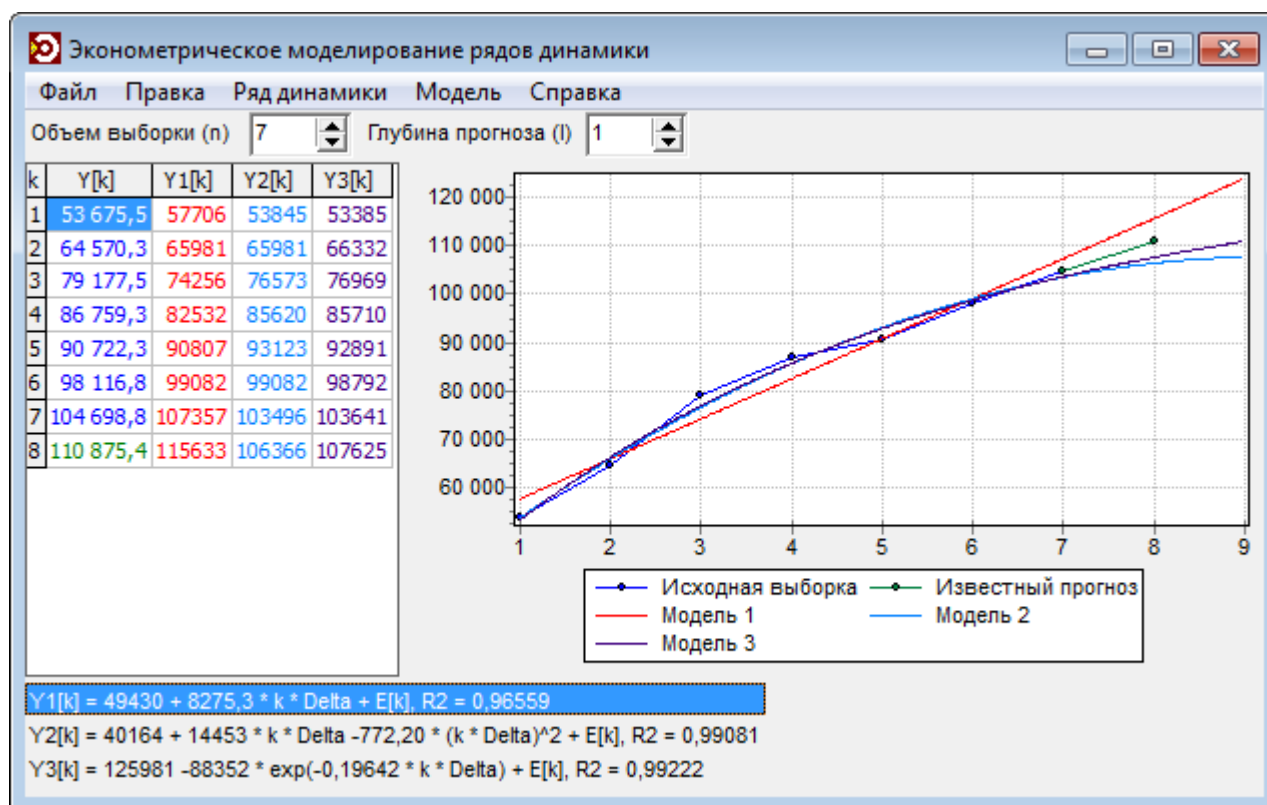


Рис. 22. Окно EconoModel для расчета МАРЕ-оценки

В данном примере для параболы МАРЕ = 4,1%, для экспоненты МАРЕ = 2,9% (таблица 3). Таким образом, подтверждается, что наилучшей является модель в виде обобщенной экспоненты.

Таблица 3. Список моделей 2 этапа эволюции

Тренд	Структура	Число гармоник	$R^2$	МАРЕ
Линейный	Аддитивная	0	0,96968	0,04291
Параболический	Аддитивная	0	0,99101	0,04067
Обобщенный экспоненциальный	Аддитивная	0	<b>0,99218</b>	<b>0,02932</b>

После расчета МАРЕ-оценки не забудьте вернуть первоначальный объем выборки, так как коэффициент детерминации модели рассчитывается по исходной выборке.

Скопируйте результаты моделирования второго этапа в Excel (рисунок 23). Обратите внимание, что для каждой модели отсчет  $k$  ведется заново, начиная с 1. В противном случае модельные значения ряда будут рассчитаны неверно.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
5	Период	Исходный ряд		k	Модель 1	Модель 2					
6	1978–79	32 023,3		1	34029						
7	1979–80	34 142,7		2	34585						
8	1980–81	40 372,0		3	40015						
9	1981–82	42 156,5		4	39521						
10	1982–83	34 287,9		5	34178						
11	1983–84	33 917,6		6	33329						
12	1984–85	38 632,5		7	38181						
13	1985–86	41 927,0		8	41608						
14	1986–87	40 609,0		9	42530						
15	1987–88	47 141,6		10	47265						
16	1988–89	55 972,5		11	55263						
17	1989–90	56 089,4		12	56555						
18	1990–91	47 712,3		13	48051						
19	1991–92	42 788,0		14	40794						
20	1992–93	45 185,2		15	43985						
21	1993–94	49 315,5		16	51568						
22	1994–95	52 409,2		17	53374						
23	1995–96	50 837,6		18	51351						
24	1996–97	53 044,6		19	54081						
25	1997–98	60 954,9		20	61299						
26	1998–99	66 429,3		21	66017						
27	1999–00	70 297,5		22	68666						
28	2000–01	53 675,5		1		53179					
29	2001–02	64 570,3		2		66134					
30	2002–03	79 177,5		3		76910					
31	2003–04	86 759,3		4		85872					
32	2004–05	90 722,3		5		93326					
33	2005–06	98 116,8		6		99525					
34	2006–07	104 698,8		7		104681					
35	2007–08	110 875,4		8		108970					

Рис. 23. Результат моделирования второго этапа эволюции

В заключение постройте график, содержащий исходный ряд и модели каждого этапа эволюции (рисунок 24).

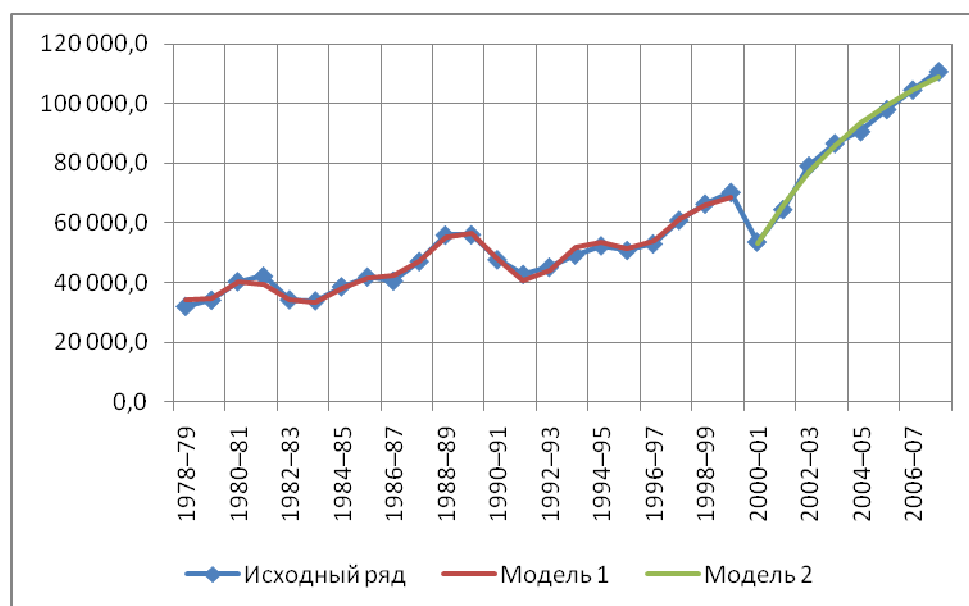


Рис. 24. График результатов моделирования для двух этапов

## Оформление отчета по лабораторной работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Титульный лист.
2. Задание на лабораторную работу.
3. Описание проделанной работы, включая:
  - график исходного ряда;
  - границы этапов эволюции;
  - таблицы со сравнением моделей, аналогичные таблицам 2 и 3;
  - формулы выбранных моделей для каждого этапа эволюции с конкретными значениями параметров;
  - модельные временные ряды;
  - общий график исходного ряда и полученных моделей.

### Контрольные вопросы

1. Что такое ряд динамики? Зачем нужно моделировать ряды динамики?
2. Какие компоненты выделяют в структуре рядов динамики?
3. В чем отличие аддитивной и мультипликативной структур ряда?
4. Что показывает коэффициент детерминации? В каком диапазоне изменяются его значения?
5. Для чего используется MAPE-оценка? Какая модель «лучше» – с MAPE = 5% или с MAPE = 12%?
6. В чем заключается смысл эволюции в рядах динамики?
7. Какие виды эволюции в рядах динамики вы знаете? Как моделируется каждый из этих типов?
8. Каковы причины возникновения эволюции в рядах динамики?
9. Приведите примеры эволюционирующих трендов.
10. Можно ли моделировать эволюцию с помощью неэволюционирующих трендов?
11. Каков должен быть период дискретизации ряда динамики, чтобы на нем были заметны сезонные колебания?
12. С помощью какой функции описываются сезонные колебания? Каковы ее параметры?
13. С помощью какого приема можно моделировать колебания сложной формы?
14. Какой параметр сезонных колебаний чаще всего эволюционирует? Как смоделировать его эволюцию?
15. Что произойдет при суммировании нескольких гармоник с некратными частотами?

## **Список литературы**

1. Бородич С.А. Эконометрика. – Минск: Новое знание, 2001. – 408 с.
2. Эконометрика/Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 575 с.
3. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 311 с.
4. Семёнычев В.К., Семёнычев Е.В. Информационные системы в экономике. Эконометрическое моделирование инноваций. Часть 1: учеб. пособие. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 217 с.
5. Семенычев В.К. Идентификация экономической динамики на основе моделей авторегрессии. – Самара: АНО «Изд-во СНЦ РАН», 2004. – 243 с.

Список моделей, представленных в программе EconoModel

№	Формула	В программе	Структура	Число гармоник
<b>Линейный тренд</b>				
1.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + E[k]$	Аддитивная	0
2.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + A \sin(\omega k \Delta + \psi) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + A * \sin(\omega * k * Delta + \psi) + E[k]$	Аддитивная	1
3.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + A1 * \sin(\omega1 * k * Delta + \psi1) + A2 * \sin(\omega2 * k * Delta + \psi2) + E[k]$	Аддитивная	2
4.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \psi_3) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + A1 * \sin(\omega1 * k * Delta + \psi1) + A2 * \sin(\omega2 * k * Delta + \psi2) + A3 * \sin(\omega3 * k * Delta + \psi3) + E[k]$	Аддитивная	3
5.	$Y_k^0 = (C_0 + C_1 k \Delta) \times (1 + A \sin(\omega k \Delta + \psi)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + C1 * k * Delta) * (1 + A * \sin(\omega * k * Delta + \psi)) + E[k]$	Смешанная	1
6.	$Y_k^0 = (C_0 + C_1 k \Delta) \times (1 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + C1 * k * Delta) * (1 + A1 * \sin(\omega1 * k * Delta + \psi1) + A2 * \sin(\omega2 * k * Delta + \psi2)) + E[k]$	Смешанная	2
7.	$Y_k^0 = (C_0 + C_1 k \Delta) \times (1 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \psi_3)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + C1 * k * Delta) * (1 + A1 * \sin(\omega1 * k * Delta + \psi1) + A2 * \sin(\omega2 * k * Delta + \psi2) + A3 * \sin(\omega3 * k * Delta + \psi3)) + E[k]$	Смешанная	3
<b>Параболический тренд</b>				
8.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2 + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + C2 * (k * Delta)^2 + E[k]$	Аддитивная	0
9.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2 + A \sin(\omega k \Delta + \psi) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + C2 * (k * Delta)^2 + A * \sin(\omega * k * Delta + \psi) + E[k]$	Аддитивная	1
10.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + C2 * (k * Delta)^2 + A1 * \sin(\omega1 * k * Delta + \psi1) + A2 * \sin(\omega2 * k * Delta + \psi2) + E[k]$	Аддитивная	2

№	Формула	В программе	Структура	Число гармоник
11.	$Y_k^0 = C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \psi_3) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + C1 * k * Delta + C1 * (k * Delta)^2 + A1 * \sin(\omega_1 * k * Delta + \psi_1) + A2 * \sin(\omega_2 * k * Delta + \psi_2) + A3 * \sin(\omega_3 * k * Delta + \psi_3) + E[k]$	Аддитивная	3
12.	$Y_k^0 = (C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2) \times (1 + A \sin(\omega k \Delta + \psi)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + C1 * k * Delta + C1 * (k * Delta)^2) * (1 + A * \sin(\omega * k * Delta + \psi)) + E[k]$	Смешанная	1
13.	$Y_k^0 = (C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2) \times (1 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + C1 * k * Delta + C1 * (k * Delta)^2) * (1 + A1 * \sin(\omega_1 * k * Delta + \psi_1) + A2 * \sin(\omega_2 * k * Delta + \psi_2)) + E[k]$	Смешанная	2
14.	$Y_k^0 = (C_0 + C_1 k \Delta + C_2 (k \Delta)^2) \times (1 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \psi_3)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + C1 * k * Delta + C1 * (k * Delta)^2) * (1 + A1 * \sin(\omega_1 * k * Delta + \psi_1) + A2 * \sin(\omega_2 * k * Delta + \psi_2) + A3 * \sin(\omega_3 * k * Delta + \psi_3)) + E[k]$	Смешанная	3
<b>Обобщенный экспоненциальный тренд</b>				
15.	$Y_k^0 = C + A_0 e^{-\alpha_0 k \Delta} + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C + A0 * \exp(-\alpha_0 * k * Delta) + E[k]$	Аддитивная	0
16.	$Y_k^0 = C + A_0 e^{-\alpha_0 k \Delta} + A \sin(\omega k \Delta + \psi) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = C0 + A0 * \exp(-\alpha_0 * k * Delta) + A * \sin(\omega * k * Delta + \psi) + E[k]$	Аддитивная	1
17.	$Y_k^0 = (C + A_0 e^{-\alpha_0 k \Delta}) \times (1 + A \sin(\omega k \Delta + \psi)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + A0 * \exp(-\alpha_0 * k * Delta)) * (1 + A * \sin(\omega * k * Delta + \psi)) + E[k]$	Смешанная	1
18.	$Y_k^0 = (C + A_0 e^{-\alpha_0 k \Delta}) \times (1 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + A0 * \exp(-\alpha_0 * k * Delta)) * (1 + A1 * \sin(\omega_1 * k * Delta + \psi_1) + A2 * \sin(\omega_2 * k * Delta + \psi_2)) + E[k]$	Смешанная	2
19.	$Y_k^0 = (C + A_0 e^{-\alpha_0 k \Delta}) \times (1 + A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \psi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \psi_2) + A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \psi_3)) + \varepsilon_k$	$Y0[k] = (C0 + A0 * \exp(-\alpha_0 * k * Delta)) * (1 + A1 * \sin(\omega_1 * k * Delta + \psi_1) + A2 * \sin(\omega_2 * k * Delta + \psi_2) + A3 * \sin(\omega_3 * k * Delta + \psi_3)) + E[k]$	Смешанная	3