Семенычев В.К. Структуры мультитрендовых временных рядов с колебательной компонентой // Вестник Самарского муниципального института управления. – Самара: Изд-во «САГМУ», 2014. – №3(30). – С.7-11.

УДК 338. 27

Семенычев В.К.

СТРУКТУРЫ МУЛЬТИТРЕНДОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ КОМПОНЕНТОЙ

В статье рассмотрены мультитрендовые временные ряды трех видов, при этом предложены новые структуры взаимодействия отдельных трендов мультитрендовых рядов с колебательной компонентой. Указан инструментарий их идентификации.

Ключевые слова*: мультитрендовые временные ряды, структуры взаимодействия отдельных трендов в них с колебательной компонентой, идентификация*

Наиболее часто в эконометрической теории, а также в практике их идентификации, рассматривают структуры взаимодействия детерминированных компонент временного ряда[1] (тренда T_t^I и колебательной компоненты S_t в моменты времени *t*) или как

аддитивные

$$T_t + S_t,$$

или как мультипликативные

$$T_t \cdot S_t.$$

В [2] предложена и более сложная(аддитивно-мультипликативная)структуравзаимодействия тех же детерминированных компонент - прямо пропорциональное взаимодействие тренда и колебательной компоненты

$$T_t(1+S_t),$$

часто встречающее в эконометрической практике, позволяющая, как и для аддитивных структур, реализовать параметрический (аналитический) подход при идентификации моделей временных рядов.

Именно параметрический подход позволяет достичь высокую точность моделирования и, особенно, прогнозирования траекторий временных рядов.

Однако на практикевозможныи более сложные (мультитрендовые) структуры тенденции рядов динамики, включающие в себя уже несколько трендов.

Отметим, что мультитрендовая траектории временного ряда характерна для процессов, динамика которых формируется под воздействием нескольких явно выраженных факторов, каждый из которых формирует независимую компоненту в составе тренда.

Как первый шаг в направлении такого усложнения моделей тенденций, рассмотрим случай алгебраического взаимодействия двух трендов. Два тренда мультитрендовой структуры могут взаимодействовать по-разному.

Наиболее часто, в основномдля простоты последующей идентификации таких временных рядов, тренды можно принятьнезависимыми друг от друга и взаимодействующими аддитивно:

$$T_t^1 = T_t^I + T_t^{II} . \qquad (1)$$

Реже, в основном из-за возникающей в этом случае сложности идентификации многопараметрических моделей, рассматривают мультипликативное взаимодействие трендов:

$$T_t^2 = T_t^I \cdot T_t^{II} . \qquad (2)$$

Возможно и еще более сложноесмешанное (пропорционально-мультипликативное) взаимодействие трендов, отражающее свойства как аддитивного, так и мультипликативного взаимодействий:

$$T_t^3 = T_t^I \left(1 + T_t^{II}\right), \qquad (3)$$

Примеры возникающих при этом мультитрендовых траекторий вида (1), (2) и (3), на основе использованияэкспоненциальных и логистических импульсных моделейприведены в [3].

В первом случае либо один тренд постепенно сменяется другим, либо, во втором случае, формируется принципиально новая динамика, существенно отличающаяся от характера динамики исходных трендов T_t^I и T_t^{II} .

Взаимодействие вида (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) и (3) в большей степени соответствует первому случаю, если модели трендов T_t^I и T_t^{II} имеют асимптотические уровни. В каждом случае такого взаимодействия можно отчетливо визуально выделить участки, на которых доминирует одна из составляющих тренда. Эволюция проявляется в виде постепенного перехода от одной доминирующей модели тренда к другой.Порой сложно или даже невозможно выделить участки, соответствующие исходным моделям. Тем не менее, полученная динамика также может быть эволюционирующей, с выделением участков эволюции за счет точек экстремума, перегиба, асимптотических уровней.

Значительный интерес, как для моделирования так и, особенно для прогнозирования траекторий, может представить и не рассмотренная до настоящего времени задача взаимодействия мультитрендовых траекторий (1) $\div$ (3) с колебательной компонентой.

Для аддитивной мультитрендовой структурывременного ряда(1) очевидны взаимодействия, определяющие детерминированную компоненту D_t при аддитивном и прямо пропорциональном взаимодействии с колебательной компонентой, соответственно

$$D_t = T_t^I + T_t^{II} + S_t = T_t^1 + S_t,$$

$$D_t = T_t^1(1+S_t) = (T_t^I + T_t^{II})(1+S_t) = T_t^1 + T_t^1 S_t .$$

Видим, что колебательная компонента будет суммироваться с суммарным трендом T_t^1, а в случае пропорциональности колебательной компоненты сумме независимых трендов она будет прямо пропорциональна T_t^1.

Однако, этот результат представляет практический интерес лишь при независимости отдельных трендов.

Большую практическую ценность может представить случай рассмотрения пропорциональности колебательной компоненты лишь одному их суммы формирующих трендов, например,лишь тренду T_t^I.

Тогда будем иметь структуру прямой пропорциональности колебательной компоненты траектории тому же трендуT_t^I:

$$D_t = T_t^I(1+S_t) + T_t^{II} = T_t^1 + T_t^I S_t. \qquad (4)$$

Если колебательная компонента будет прямо пропорциональна другомутренду T_t^{II}, то будем иметь структуру траектории с колебательной компонентой прямо пропорциональнойтому же тренду T_t^{II}:

$$D_t = T_t^{II}(1+S_t) + T_t^I = T_t^1 + T_t^{II} S_t. \qquad (5)$$

Обратимся теперь к случаю прямо пропорциональной мультитрендовой структуре траектории (2).

Очевидны структуры при аддитивной колебательной компоненте

$$D_t = T_t^2 + S_t,$$

а также при прямо пропорциональном взаимодействии мультитренда с колебательной компонентой

$$D_t = T_t^2(1+S_t) = T_t^I\left(1+T_t^{II}\right)(1+S_t) = T_t^2 + S_t T_t^2.$$

Интерес можетпредставить и идентификация структуры мультитренда (2), в которой колебательная компонента будет прямо пропорциональна одному отдельному тренду, например,T_t^I.В этом случае получим структуру временного ряда в виде суммы тренда T_t^2 и прямо пропорциональной произведению трендов$T_t^I T_t^{II}$колебательной компоненты:

$$D_t = T_t^I(1+S_t) + T_t^I T_t^{II} = T_t^2 + T_t^I T_t^{II} S_t = T_t^2 + T^1 S_t. \qquad (6)$$

Аналогичен случай, в котором колебательная компонента будет прямо пропорциональна другому тренду, например,T_t^{II}.

Длямультитрендовой мультипликативной структуры временного ряда вида(3) очевидны структуры взаимодействия при аддитивной и прямо пропорциональной структурах взаимодействия с колебательной компонентой, соответственно:

$$D_t = T_t^3 + S_t,$$

$$D_t = T_t^3(1+S_t) = T_t^3 + T_t^3 S_t. \qquad (7)$$

Интересенслучай, когда в (3) лишь один из трендов, например, T_t^{II}, имеет аддитивную по отношению к нему колебательную компоненту S_t. Тогда получим структуру траектории в виде суммы тренда T_t^3 с прямо пропорциональной другому тренду T_t^I колебательной компонентой:

$$D_t = T_t^I(T_t^{II} + S_t) = T_t^3 + T_t^I S_t. \qquad (8)$$

Аналогично, при аддитивности колебательной компоненты тренду T_t^I, получим:

$$D_t = T_t^{II}(T_t^I + S_t) = T_t^3 + T_t^{II} S_t.$$

Рассматривая другую структуру колебательной компоненты (пропорциональность колебательной компоненты одному из сомножителей -T_t^I или T_t^{II}), приходим вновь к структуре (7) временного ряда

$$D_t = T_t^I(T_t^{II} + T_t^{II} S_t) = T_t^{II}(T_t^I + T_t^I S_t) = T_t^3 + T_t^3 S_t.$$

Сравнивая последнее выражение с (7) можно сделать вывод о том, что одна и та же структура детерминированной компоненты мультитрендовой траектории для (3) может быть обусловлена различными структурами взаимодействия трендов и колебательной компоненты.

Мультитрендовая структура взаимодействия (3) характерна для многих моделей, в том числе, например, логистических (импульсных и кумулятивных) моделей, описывающих эволюционирующие процессы:

$$T_t^3 = Ae^{\alpha t}(A_1 t + A_0), \; T^3 = \frac{at+b}{ct^2+dt+e}, \cdot T^3 = at^n e^{bt}$$

и др.

Итак, кроме очевидных структур взаимодействия мультитрендовых моделей с колебательной компонентой предложено рассматривать и новые более «тонкие» по структуре взаимодействия,выбор той из них, которая является наиболее точной на анализируемых данных по точности моделирования и прогнозирования.

Как показали исследования, инструментарием оценки точности моделирования и прогнозирования для приведенных выше моделей трендов и многих других могут быть методы обобщенных параметрических моделей авторегрессии-скользящего среднего, генетический алгоритм, алгоритм RPROP, метод имитации отжига и итерационной параметрической тренд-колебательной декомпозиции [2, 3, 4].

Литература

1.Эконометрика / под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика. 2005. 575 с.

2.Семенычев В.К., Семенычев Е.В. Параметрическая идентификация рядов динамики: структуры, модели, эволюция. Самара: Изд-во «СамНЦ РАН», 2011. 364 с

3.Семенычев В.К., Коробецкая А.А. Идентификация мультитрендовой эволюционирующей модели с мультипликативной линейно-экспоненциальной структурой // Вестник Самарского муниципального института управления. Самара: САГМУ, 2014. №1(28). С.7 – 14.

4.Семенычев В.К. Метод параметрической итерационной декомпозиции тренд-сезонных рядов аддитивной структуры /В.К. Семенычев, Е.В. Семенычев, А.А. Коробецкая // Вестник Самарского муниципального института управления. Самара: СМИУ, 2010. №1(12). С.63-71.